

# GERAÇÃO DE MOVIMENTOS DE UM ROBÔ QUADRÚPEDE USANDO FILTRAGEM ESTOCÁSTICA COM RESTRIÇÃO DE CONTATO COM O SOLO

RAFAEL FONTES SOUTO\*, IGOR FERREIRA CARDOSO\*, GAUSS FERNANDIS BATISTA\*, GEOVANY ARAÚJO BORGES\*, ALEXANDRE RICARDO SOARES ROMARIZ\*

*\*Laboratório de Robótica e Automação (LARA)  
Grupo de Robótica, Automação e Visão Computacional (GRAV)  
Departamento de Engenharia Elétrica - Universidade de Brasília  
Brasília - DF, Brasil*

Emails: fontest@gmail.com, igorfcardoso@gmail.com, legauss@gmail.com,  
gaborges@ene.unb.br, romariz@ene.unb.br

**Abstract**— Kinematic modelling represents an important issue in robotics, specially when dealing with legged robots. In this paper, the kinematic model of a quadruped robot is derived. The model is equivalent to a that of a parallel manipulator, where each leg can be seen as a manipulator. However, the model is extended to consider that in one gait cycle some legs are in contact with the ground and others are not. With this approach it is possible to better manipulate the positioning of each joint according to a fix coordinate system. In order to obtain the inverse kinematics model, this paper presents as contribution the use of the extended Kalman filter as optimizer in two different situations of the leg motion: unconstrained case, for the leg(s) in ballistic movement, and constrained case, for the leg(s) in contact with the ground. This method was evaluated for locomotion in plain and inclined surfaces. The results obtained with the kinematics model were satisfactory when implemented in a point to point trajectory under a simulation, as well as in experimentation in a four legged platform with three degrees of freedom each one.

**Keywords**— constrained kinematic modelling, legged robots, Kalman filtering.

**Resumo**— A modelagem cinemática representa um importante aspecto na robótica, principalmente no contexto de robôs com patas. Nesse artigo, o modelo cinemático de um robô quadrúpede é derivado. O modelo é equivalente a um de manipuladores paralelos, em que cada pata é vista como um manipulador. No entanto, o modelo é estendido no sentido de levar em conta que em um ciclo de marcha algumas patas estarão em contato com o solo e outras não. Com essa abordagem, é possível manipular melhor a posição de cada junta de acordo com um sistema de coordenadas fixo. Para a obtenção do modelo cinemático inverso, este trabalho apresenta como contribuição o uso de filtro de Kalman estendido como otimizador em duas situações de movimentação da pata: sem restrição, para a(s) pata(s) em movimento balístico, e sob restrição, para a(s) pata(s) em contato com o solo. Esse método é avaliado para locomoção em superfícies planas e inclinadas. Os resultados obtidos com o modelo cinemático foram satisfatórios nas simulações com trajetórias ponto-a-ponto, assim como em experimentação em uma plataforma a quatro patas com três graus de liberdade cada uma.

**Palavras-chave**— modelo cinemático sob restrição, robôs com patas, filtro de Kalman.

## 1 Introdução

Uma das maiores limitações de robôs com locomoção baseada em rodas é devida à necessidade de manter todas elas em contato com o solo que em geral deve ser localmente plano. Por outro lado, robôs com patas articuladas precisam manter apenas algumas de suas patas em contato com o solo, além de serem destinados para locomoção com poucas restrições de solo. Além disso, para certos tipos de movimento como, por exemplo, o galope, o equilíbrio pode ser mantido, mesmo quando, por curtos períodos de tempo, nenhuma pata esteja em contato com o solo. Além do mais, em terrenos irregulares e com uma grande quantidade de obstáculos, os robôs com patas apresentam vantagens na locomoção em relação aos robôs com rodas.

Em todo o mundo, vários grupos de pesquisa investigam o projeto de robôs com patas articuladas baseando suas arquiteturas em protótipos biologicamente inspirados (Guan et al., 2004). No entanto, em geral, esses robôs possuem menos graus

de liberdade que os animais nos quais foi inspirado e, por isso, são mais limitados quanto à movimentação de suas patas. Para uma locomoção com estabilidade cinemática ou dinâmica, faz-se necessário a geração sistemática e periódica de seqüências de movimentos para as patas do robô. E ainda, existem vários modos de locomoção, destacando-se a caminhada, o trote, o meio galope, o galope e a marcha. É importante frisar que alguns robôs são capazes de alternar entre diferentes modos de locomoção por meio de modelos híbridos (Singh and Waldron, 2007).

Diversos modelos cinemáticos foram empregados com o intuito de se estudar por simulação esses tipos de locomoção (Al-Zaydi and Amin, 1997). Em alguns casos, aborda-se também a questão do planejamento da trajetória do corpo (Bai et al., 1999).

Neste trabalho, considera-se o modo de locomoção caminhada de um quadrúpede, no qual sempre há o contato de no mínimo três patas no solo. No entanto, o foco do trabalho não está na manutenção da estabilidade durante a loco-

moção, assunto este que é bem coberto na literatura (Papadopoulos and Buehler, 2000; Filho et al., 2000). Em alguns trabalhos, até mesmo o controle da altura do corpo é realizado (Jimenez and de Santos, 1996). De fato, este trabalho lida com um nível ainda mais inferior da arquitetura de navegação de robôs a patas, que é o de resolver iterativamente e em tempo-real o modelo cinemático inverso do robô, permitindo-o realizar um movimento especificado na forma de velocidade de deslocamento do seu sistema de coordenadas. Tal resolução leva em consideração restrições associadas às patas que estão em contato com o solo, assim como apresenta um modelo completo e compacto, em que o contato ou não com o solo está explicitamente embutido. Uma das contribuições deste trabalho está no emprego de um filtro de Kalman no processo de cálculo de modelo inverso sob restrição. Este filtro, comumente empregado na estimação de estados, tem sua aplicação neste trabalho como otimizador. Neste sentido, a computação das variáveis articulares do robô é feita na forma de medições pelo filtro. Restrições de contato das patas com o solo são explicitamente consideradas na forma de pseudomedições.

## 2 Modelagem cinemática

A metodologia escolhida para obtenção dos modelos cinemático e cinemático diferencial consiste primeiro em modelar cada pata em separado e, em seguida, considerar o corpo como um todo. Assim, para obter modelo cinemático, também denominado de Modelo Geométrico Direto (MGD), cada pata foi considerada inicialmente como um manipulador robótico composto por três *links* conectados por três juntas rotacionais e um *end effector*, formando a cadeia cinemática. O *end effector* corresponde à peça final da cadeia, ou seja, o pé. A base do manipulador corresponde ao ombro e conecta a  $i$ -ésima pata ao corpo do robô ( $i = 1, \dots, 4$ ). A escolha da orientação dos eixos de cada sistema de coordenadas foi feita segundo a convenção de Denavit-Hartenberg, conforme mostrado na Figura 1.

O conjunto de variáveis das juntas da  $i$ -ésima pata é escrito como

$$\mathbf{q}_i = [q_{i,1} \ q_{i,2} \ q_{i,3}]^T = [\theta_{i,1} \ \theta_{i,2} \ \theta_{i,3}]^T, \quad (1)$$

em que  $\theta_{i,n}$ ,  $n = 1, 2, 3$ , representa o ângulo de atuação na base da  $n$ -ésima junta. Portanto, a plataforma possui um total de 12 graus de liberdade de atuação.

A posição e a orientação de um pé em relação ao ombro é então representada pela seguinte matriz de transformação homogênea  $\mathbf{H}_3^0(\mathbf{q}_i)$ :

$$\mathbf{H}_3^0 = \mathbf{H}_{i,1}(q_{i,1})\mathbf{H}_{i,2}(q_{i,2})\mathbf{H}_{i,3}(q_{i,3}), \quad (2)$$

$$\mathbf{H}_{i,n}(q_{i,n}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n^{n-1} & \mathbf{t}_n^{n-1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

A matriz  $\mathbf{H}_{i,n}$  depende apenas de uma única variável de junta,  $q_{i,n}$ , e relaciona a posição e a orientação do sistema de coordenadas da junta  $n$  com outra ( $n - 1$ ) dentro da cadeia cinemática. A submatriz  $\mathbf{R}_n^{n-1}$  corresponde à rotação dos sistema de coordenadas da junta  $n$  em relação ao sistema de coordenadas da junta ( $n - 1$ ), enquanto que o vetor  $\mathbf{t}_n^{n-1}$  indica o posicionamento relativo entre suas origens. Apesar do uso de uma notação simplificada, vale ressaltar que a matriz  $\mathbf{H}_{i,n}$  também depende de constantes da geometria do manipulador.

No caso da geometria do robô em estudo, tem-se:

$$\mathbf{H}_{i,1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{i,1}) & 0 & \sin(\theta_{i,1}) & L_1 \cos(\theta_{i,1}) \\ \sin(\theta_{i,1}) & 0 & -\cos(\theta_{i,1}) & L_1 \sin(\theta_{i,1}) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{i,2} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{i,2}) & -\sin(\theta_{i,2}) & 0 & L_2 \cos(\theta_{i,2}) \\ \sin(\theta_{i,2}) & \cos(\theta_{i,2}) & 0 & L_2 \sin(\theta_{i,2}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{i,3} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{i,3}) & -\sin(\theta_{i,3}) & 0 & L_3 \cos(\theta_{i,3}) \\ \sin(\theta_{i,3}) & \cos(\theta_{i,3}) & 0 & L_3 \sin(\theta_{i,3}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A obtenção da posição do pé em relação ao ombro a partir das variáveis das juntas consiste no MGD e pode ser representado por

$$\xi_i^o = \mathbf{g}(\mathbf{q}_i, \boldsymbol{\lambda}_i) = \mathbf{H}_3^0 [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad (4)$$

em que  $\xi_i^o = [x_i \ y_i \ z_i]^T$  são as coordenadas do pé da  $i$ -ésima pata e  $\boldsymbol{\lambda}_i = [L_{i,1} \ L_{i,2} \ L_{i,3}]^T$  caracteriza as dimensões físicas dessa pata.

Para a obtenção do vetor velocidade do pé a partir das velocidades das juntas, basta derivar a equação 4, o que resulta no Modelo Cinemático Direto (MCD)

$$\dot{\xi}_i^o = \mathbf{J}_i \dot{\mathbf{q}}_i, \quad (5)$$

em que  $\mathbf{J}_i$  é a matriz Jacobiana da  $i$ -ésima pata:

$$\mathbf{J}_i = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q}_i, \boldsymbol{\lambda}_i)}{\partial \mathbf{q}_i}.$$

O problema geométrico inverso, isto é, a obtenção das variáveis das juntas a partir da posição do pé é um problema de difícil solução analítica devido à não-linearidade da matriz  $\mathbf{g}(\mathbf{q}_i, \boldsymbol{\lambda}_i)$  em relação a  $\mathbf{q}_i$ . Neste trabalho, sua obtenção é feita de forma iterativa, descrita na Seção 4.

Por outro lado, o problema cinemático inverso pode ser obtido a partir da matriz inversa do Jacobiano com a seguir:

$$\dot{\mathbf{q}}_i = (\mathbf{J}_i)^{-1} \dot{\xi}_i^o. \quad (6)$$

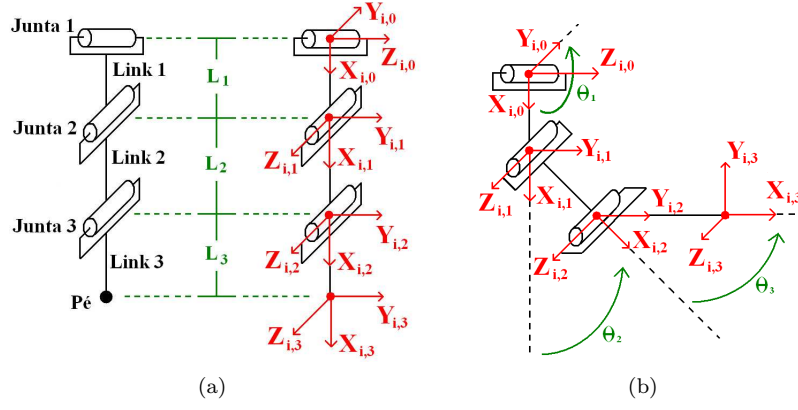


Figura 1: (a) Sistemas de coordenadas em uma pata. (b) Sentido positivo das variáveis das juntas.

Este modelo, denominado de Modelo Cinemático Inverso (MCI), apresenta problema numérico no caso de  $\mathbf{J}_i$  ser singular. Neste sentido, a metodologia por filtragem estocástica proposta neste trabalho evita este problema de forma elegante, conforme descrito também na Seção 4.

Com o intuito de simplificar a obtenção do modelo cinemático do robô, adotou-se um sistema de coordenadas no centro do robô, conforme mostra a Figura 2. Pode-se observar que existe apenas uma rotação e uma translação de coordenadas entre os sistemas  $X_{i,0} \times Y_{i,0} \times Z_{i,0}$  dos ombros e o sistema  $X_c \times Y_c \times Z_c$  do robô. Assim, a posição do pé em relação ao centro do robô é obtida por

$$\xi_i = \mathbf{R}_0^c \xi_i^o + \mathbf{t}_0^c. \quad (7)$$

Ao escrever as coordenadas dos quatro pés em relação ao sistema de coordenadas do robô, pode-se unir as quatro matrizes  $\xi_i$  em uma única matriz  $\xi^T = [\xi_1^T \ \xi_2^T \ \xi_3^T \ \xi_4^T]$ . Do mesmo modo, o vetor  $\mathbf{q}$  contém as variáveis de todas as juntas do robô, e  $\lambda$  é o correspondente para os parâmetros geométricos. Assim, o MGD é obtido diretamente usando (4) e o MCD do quadrúpede fica reduzido a uma única equação da forma

$$\dot{\xi} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}}, \quad (8)$$

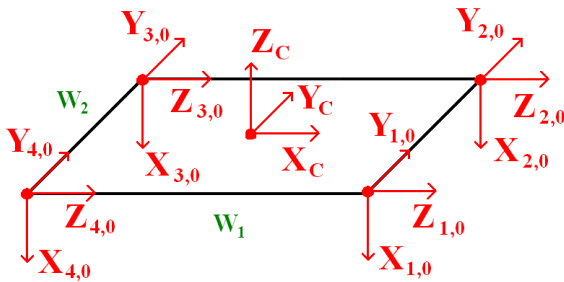


Figura 2: Sistemas de coordenadas dos ombros e do corpo (comprimento  $W_1$  e largura  $W_2$ )

sendo

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q}, \lambda)}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix}$$

Naturalmente este modelo não considera as restrições impostas pelas patas em contato com o solo. Isto será tratado especificamente nas seções a seguir.

### 3 Geração da trajetória

O gerador de trajetória tem por objetivo definir, a cada instante de tempo discreto  $k$ , o vetor  $\xi_k^*$  que contém as coordenadas desejadas para os quatro pés. Portanto, o gerador é o responsável pelo planejamento da trajetória a ser seguida por eles, podendo usar qualquer lei de geração. Diante disso, enfatiza-se a necessidade de fazer uma distinção a cada instante de tempo entre os pés que estão em contato com o solo e os que estão em movimento balístico. Tendo em vista o modelamento dessa dinâmica de movimento, define-se a seguinte matriz

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} e_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_4 \end{pmatrix},$$

com

$$e_i = \begin{cases} 1, & \text{se o pé da } i\text{-ésima pata estiver} \\ & \text{em contato com o solo.} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

O propósito desta matriz  $\mathbf{E}$  é que ela seja atualizada a cada instante  $k$  por meio de sensores de toque colocados nos pés do robô, caracterizando assim um sistema automático de atualização do modelo. Contudo, a implementação dos sensores no robô em estudo ainda não foi concluída, o que nos leva a atualizar a matriz  $\mathbf{E}$  periodicamente de forma que o ciclo gere uma seqüência de passos

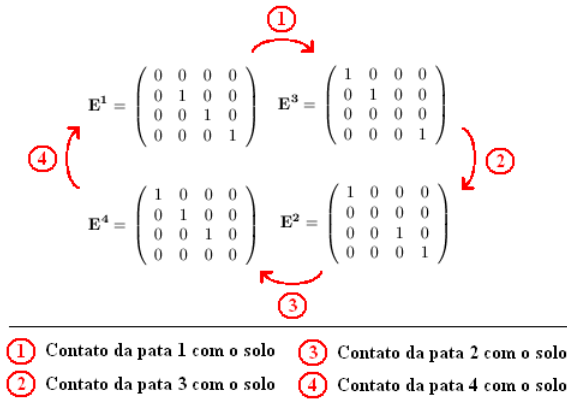


Figura 3: Alternância de estados da matriz  $\mathbf{E}$  para determinar a sequência de passos da caminhada do quadrúpede.

característicos de um movimento de caminhada lenta de um quadrúpede (*c.f.*, Figura 3). Nesta Figura,  $\mathbf{E}^j$ ,  $j = 1, \dots, 4$ , representa o valor de  $\mathbf{E}$  para a  $j$ -ésima fase de um ciclo de marcha. Por questão de simplicidade, os parâmetros escolhidos para a lei de geração fazem com que o robô siga uma trajetória em linha reta. No entanto, os algoritmos aqui apresentados não devem sofrer alteração para outras leis de geração.

A trajetória é planejada da seguinte maneira:

- Para a pata que irá avançar, o gerador estabelece  $\xi_k^*$  de modo que o pé descreva uma trajetória senoidal no ar (movimento balístico). Sendo  $d$  a distância entre a posição inicial do pé e o ponto final desejado, a altura correspondente da senóide equivale a  $\frac{1}{3}$  de  $d$ .
- Para as patas restantes, o gerador estabelece  $\xi_k^*$  de modo que seus pés descrevam uma trajetória retilínea de comprimento  $\frac{d}{3}$  em sentido contrário ao sentido de locomoção do robô.

A Figura 4 mostra a sequência de  $\mathbf{E}$  para a pata 1. As outras patas apresentam simplesmente um deslocamento das fases, dependendo da sequência escolhida do movimento balístico. No mais, quando uma pata toca o solo, uma seguinte entra em movimento balístico não existindo assim uma fase com as quatro patas no solo.

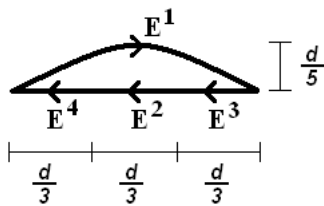


Figura 4: As quatro fases de um ciclo de marcha da pata 1.

O próximo passo do processo consiste em determinar as variáveis de juntas de forma que seja obtida a postura  $\xi_k^*$  do robô. Neste sentido, restrições de contato com o solo devem ser explicitamente consideradas.

#### 4 Otimização do movimento

Estabelecido o vetor  $\xi_k^*$ , o problema se resume à determinação das variações que os ângulos das juntas de cada pata deverão sofrer a cada instante de tempo a fim de que os pés sigam a trajetória desejada segundo a regra

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{q}_{k-1} + \delta_{\mathbf{q}_k} \quad (9)$$

Portanto, o otimizador tem por objetivo encontrar o valor apropriado de  $\delta_{\mathbf{q}_k}$  de forma a minimizar a função de custo dada por

$$V(\mathbf{q}_k) = \|\xi_k^* - \mathbf{g}(\mathbf{q}_k, \lambda)\|^2 \quad (10)$$

sob a restrição de igualdade

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}_k) = \mathbf{0}. \quad (11)$$

Aqui a restrição se justifica pelo fato de os três pés que estão em contato com o solo durante o movimento balístico da pata que avança precisarem manter esse contato. Em outras palavras, suas coordenadas devem satisfazer a equação do plano determinada pelo solo:

$$ax_i + by_i + cz_i = 1 \quad (12)$$

em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os parâmetros do plano do solo referentes ao sistema de coordenadas do robô, sendo assim os mesmos para todas as patas em contato. Observando que a restrição é imposta apenas para os pés em contato com o solo e que a matriz  $\mathbf{E}$  indica quais são eles, pode-se escrever  $\mathbf{h}(\mathbf{q}_k)$  como

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}_k) = \mathbf{E}(\Omega_p \mathbf{g}(\mathbf{q}_k, \lambda) - \mathbf{1}_{4 \times 1}), \quad (13)$$

em  $\mathbf{1}$  é um vetor de uns e  $\Omega_p$  é dado por

$$\Omega_p = \begin{pmatrix} [a \ b \ c] & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & [a \ b \ c] & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & [a \ b \ c] & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0} & [a \ b \ c] \end{pmatrix}$$

O otimizador é obtido usando um filtro de Kalman aplicado ao seguinte modelo estocástico:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_k = \mathbf{q}_{k-1} + \mathbf{w}_k & \text{equação de processo} \\ \xi_k = \mathbf{g}(\mathbf{q}_k, \lambda) + \mathbf{v}_k & \text{equação de medição,} \end{cases}$$

em que  $\mathbf{w}_k \sim N(0, \sigma_w^2 \mathbf{I})$  e  $\mathbf{v}_k \sim N(0, \sigma_v^2 \mathbf{I})$  são respectivamente os ruídos de processo e de medição. A simples aplicação de um filtro de Kalman estendido a este modelo resultaria em um conjunto de equações similar ao algoritmo mínimos quadrados

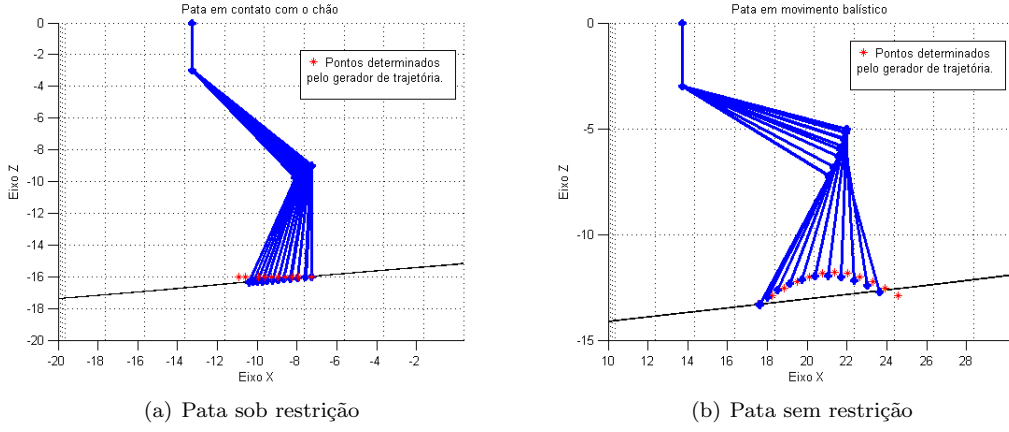


Figura 5: Evolução da configuração de uma das patas durante o movimento em plano inclinado.

recursivos com ganho normalizado (Ljung, 1999). A aplicação do filtro resulta nos seguintes passos:

Predição:

$$\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} = \hat{\mathbf{q}}_{k-1} \quad (14)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{k-1} + \sigma_w^2 \mathbf{I} \quad (15)$$

Correção:

$$\tilde{\mathbf{G}}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{J}_{k-1}^T (\mathbf{J}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{J}_{k-1}^T + \sigma_v^2 \mathbf{I})^{-1} \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{q}}_k = \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} + \tilde{\mathbf{G}}_k (\boldsymbol{\xi}_k^* - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}, \boldsymbol{\lambda})) \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{G}}_k \mathbf{J}_k^T) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (18)$$

Deve ser observado pelas equações acima que  $\tilde{\mathbf{G}}_k$  é calculado de modo similar ao algoritmo *damped least squares*, que minimiza os problemas causados pela singularidade da matriz  $\mathbf{J}_{k-1}^T$ . No entanto, aqui a função de parâmetro de amortecimento é exercido pela variância  $\sigma_v^2$  do ruído de medição. Este aspecto torna a sintonia deste parâmetro mais intuitiva, pois está relacionada diretamente com o valor inferior de  $V(\mathbf{q}_k)$ . Quanto menor este parâmetro, menor será  $V(\mathbf{q}_k)$ . Por fim,  $\tilde{\mathbf{q}}_k$  é uma estimativa para  $\mathbf{q}_k^* = \mathbf{g}^{-1}(\boldsymbol{\xi}_k^*, \boldsymbol{\lambda})$  que não considera restrições impostas para as patas em contato com o solo. No sentido de considerar as restrições de contato, usa-se o conceito de pseudomedição, que é uma forma elegante de fazer estimação estocástica sob restrição. Assim, o próximo passo consiste em aplicar as pseudomedições de restrição, que respeitam o modelo:

$$\{ \mathbf{0} = \mathbf{h}(\mathbf{q}_k) + \mathbf{u}_k \quad \text{equação de pseudomedição,}$$

em que  $\mathbf{u}_k \sim N(0, \sigma_u^2 \mathbf{I})$  representa o ruído de pseudomedição. Se  $\sigma_u^2 = 0$ , a restrição é completamente satisfeita.

Assim, o procedimento de aplicação de pseudomedição consiste em:

Correção pela pseudomedição:

$$\mathbf{A}_k = \frac{\partial \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{q}}_k)}{\partial \tilde{\mathbf{q}}_k} \quad (19)$$

$$\mathbf{G}_k = \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{A}_k^T (\mathbf{A}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{A}_k^T + \sigma_u^2 \mathbf{I})^{-1} \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_k = \tilde{\mathbf{q}}_k - \mathbf{G}_k \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{q}}_k) \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{A}_k^T) \tilde{\mathbf{P}}_k \quad (22)$$

Após este procedimento,  $\hat{\mathbf{q}}_k$  é uma estimativa de  $\mathbf{q}_k^* = \mathbf{g}^{-1}(\boldsymbol{\xi}_k^*, \boldsymbol{\lambda})$  que considera as restrições, devendo ser aplicado aos eixos do robô.

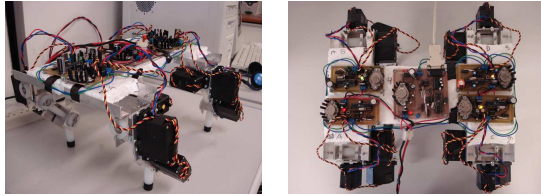
## 5 Simulação

Toda a simulação foi realizada em *MatLab*<sup>®</sup> com base nas dimensões reais da plataforma construída, ou seja,  $L_1 = 3$  cm,  $L_2 = 8,5$  cm e  $L_3 = 7$  cm para os parâmetros da pata e  $W_1 = 27$  cm e  $W_2 = 22,5$  cm para os parâmetros do corpo.

O algoritmo descrito na seção 4 mostrou-se eficiente na resolução do problema tanto para o caso da pata sob restrição quanto para o da pata sem restrição. É possível notar que, mesmo estando os pontos fornecidos pelo gerador de trajetória fora do plano do chão, o pé manteve o contato devido a uma alteração da trajetória forçada pelo filtro de Kalman (*c.f.*, Figura 5(a)). Já para a pata em movimento balístico, observa-se uma grande proximidade da trajetória seguida pelo pé em relação aos pontos desejados (*c.f.*, Figura 5(b)). De fato, o erro de posicionamento manteve-se inferior a 1,5 cm.

## 6 Experimento

O sistema de geração de movimento foi avaliado experimentalmente em uma plataforma da qual os modelos apresentados neste trabalho foram derivados. Os três graus de liberdade de cada pata são providos por três servomotores HITEC modelo HS-755HB. Cada servo possui torque máximo de 11 kg·cm, sendo capaz de girar 60° em 0,28 s, e sua



(a) Vista em perspectiva (b) Vista por cima

Figura 6: Fotos do robô quadrúpede.

referência de posição é feita através de um sinal PWM de frequência 50Hz. Como nenhum motor é idêntico ao outro, uma calibração é feita para um ajuste fino do valor máximo e mínimo do ciclo de trabalho que cada servo responde. Para gerar o sinal PWM, a plataforma possui um microcontrolador ATMEGA8 da ATMEL responsável por cada pata, portanto, controlando três servos. Os microcontroladores estão ligados em um barramento de comunicação RS-485 e possuem, integrados ao seu circuito, um regulador de tensão capaz de fornecer a corrente necessária para mover os servos. Um microcomputador IBM-PC conecta-se ao barramento RS-485 através da porta serial usando um conversor RS-232/RS-485. Todos os cálculos de movimento são realizados no IBM-PC em tempo real, sendo enviados aos respectivos escravos ao final de cada ciclo de cálculo a uma taxa de 115200 bauds. A resolução no posicionamento angular de cada junta é de  $0,706^\circ$ .

O experimento consistiu na realização de um movimento de avanço, a uma altura constante com relação ao solo. As fotos da plataforma quadrúpede em perspectiva e vista por cima são apresentadas nas figuras 6(a) e 6(b), respectivamente, e uma seqüência de movimentos é mostrada na figura 7. O que se observou com relação aos resultados de simulação é que, no experimento, o robô não mantinha uma altura constante com relação ao solo, embora o movimento das patas respeitasse tal restrição. No entanto, este resultado era esperado; pois, no robô real, devido à ação da gravidade, seu corpo tende a cair. No simulador, este aspecto de modelagem dinâmica não foi considerado, uma vez que o foco estava no aspecto cinemático e de respeito a restrições, que é o contexto deste trabalho. Contudo, o movimento de avanço foi realizado com sucesso, visto que as patas realizavam

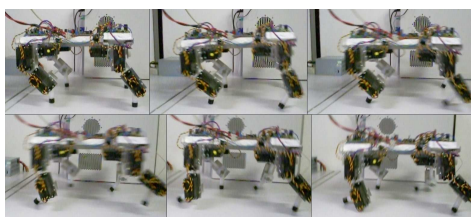


Figura 7: Seqüência de movimentos da plataforma quadrúpede.

rapidamente o deslocamento balístico, diminuindo assim o efeito de desequilíbrio dinâmico.

## 7 Conclusões

Neste artigo, o modelo cinemático inverso de uma plataforma quadrúpede, considerando as restrições associadas ao contato das patas com o solo, foi resolvido com o uso de filtragem estocástica, gerando um modelo simples e compacto. O filtro de Kalman se mostrou eficiente na solução do problema, fazendo com que a pata em movimento balístico seguisse a trajetória desejada e as patas em contato com o solo respeitassem a restrição imposta pela inclinação do terreno, conforme observado em simulações computacionais. Por fim, os resultados foram testados em um robô real. A locomoção do robô foi contemplada com sucesso, validando a aplicação prática do modelo proposto.

## Agradecimentos

Os autores agradecem aos ex-participantes do grupo de estudo em robótica quadrúpede que contribuíram para construir boa parte da estrutura do robô usado no experimento.

## Referências

- Al-Zaydi, M. Y. and Amin, S. H. M. (1997). Simulation kinematics model of a multi-legged mobile robot, *IEEE International Conference on Advanced Robotics*.
- Bai, S., Low, K. H. and Zielinska, T. (1999). Quadruped free gait generation combined with body trajectory planning, *IEEE Workshop on Robot Motion and Control*.
- Filho, A. B., Amaral, P. F. S. and Pinto, B. G. M. (2000). Cinemática de equilíbrio para um robô quadrúpede, *Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*.
- Guan, X., Zheng, H. and Zhang, X. (2004). Biologically inspired quadruped robot biosbot: modeling, simulation and experiment, *2nd International Conference on Autonomous Robots and Agents*.
- Jimenez, M. A. and de Santos, P. G. (1996). Attitude and position control method for realistic legged vehicles, *Robotics and Autonomous Systems* **18**: 345 – 354.
- Ljung, L. (1999). *System Identification - Theory for the User*, Prentice-Hall.
- Papadopoulos, D. and Buehler, M. (2000). Stable running in a quadruped robot with compliant legs, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- Singh, S. P. N. and Waldron, K. J. (2007). A hybrid motion model for aiding state estimation in dynamic quadrupedal locomotion, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.